Zadanie 1

a) $w(x) = x^2 + ax^2 - 9x + b$ wiemy, że: $w(-1) = -16$ i $w(4) = 49$

Podstawiamy,

$$-16 = (-1)^2 + (-1)^2 a - 9 \cdot (-1) + b$$

$$49 = 16 + 16a - 36 + b$$

Wyznaczamy b z pierwszego równania, $b = -26 - a$, i podstawiamy do drugiego równania: $49 = 16 + 16a - 36 - 26 - a$, czyli $a = \frac{19}{3}$ oraz $b = -\frac{97}{3}$.

Czyli: $w(x) = (1 + \frac{19}{3})x^2 - 9x - \frac{97}{3}$.

b) Szukamy miejsc zerowych, $\Delta = 81 - 4 \cdot (22/3) \cdot (-97/3) = \frac{9265}{9}$ czyli $\sqrt{\Delta} = \frac{\sqrt{9265}}{3}$

Zatem $w(x) = (1 + \frac{19}{3})(x - x_1)(x - x_2)$, gdzie $x_1 = \frac{9+\sqrt{\Delta}}{2 \cdot (\frac{22}{3})}$, $x_2 = \frac{9-\sqrt{\Delta}}{2 \cdot (\frac{22}{3})}$.

Zadanie 2

$u(x) = 3(x^3 - 1) - 4(2x^2 + 4x + 1)$, zatem stopień $u(x) = 3$

Zadanie 3

$w(x) = 2x^3 + x^2 - 8x - 4$, szukamy rozwiązań wymiernych w dzielnikach 4. Sprawdzamy $x = 2$: $w(2) = 0$, więc $w(x) = (x-2)(2x^2+5x+2)$. Wielomian drugiego stopnia traktujemy deltą, $\Delta = 9$, $x_1 = \frac{-5+3}{4} = -\frac{1}{2}$, oraz $x_2 = \frac{-5-3}{4} = -2$, czyli $w(x) = (x - 2)(x + 2)(x + \frac{1}{2})$.

Zadanie 4 a) Szukamy miejsc zerowych mianownika $x^2 + 5x + 6 = 0$, czyli $x_1 = -2$, $x_2 = -3$. Oznacza to, że dziedziną wyrażenia jest $x \in \mathbb{R}$
$\{-2, -3\}$. Można uprościć, ... $= \frac{x+2}{(x+2)(x+3)} = \frac{1}{x+3}$.

b) Jak wyżej, $x^2 - 3x = 0$ dla $x_1 = 0$, $x_2 = 3$, dziedzina $x \in \mathbb{R}$
$\{0, 3\}$, możemy przekształcić do ... $= \frac{x^2+3x}{x(x-3)} = \frac{x+3}{x-3}$.

Zadanie 5

Mnożymy obie strony przez $(x - 2)(x + 1)$, otrzymujemy $(2x - 3)(x - 2) - (x - 2)(x + 1) = x(x + 1)$, upraszczamy wyrażeni do $-8x + 8 = 0$, czyli $x = 1$.

Zadanie 6

$tgx = \frac{sinx}{cosx}$ Przekształcamy,

$$\frac{1 - \frac{cos^2x}{sin^2x}}{1 + \frac{cos^2x}{sin^2x}} = 2sin^2x - 1$$

Mnożymy licznik i mianownik przez sin^2x

$$\frac{sin^2x - cos^2x}{sin^2x + cos^2x} = 2sin^2x - 1$$

Wiemy, że $sin^2 + cos^2 = 1$, oraz $cos(2x) = cos^2x - sin^2x$, więc
$\frac{-cos(2x)}{1} = 2sin^2x - 1$, ale $2sin^2x - 1$ (z powyższego wzoru), również $-cos(2x)$, czyli $-cos(2x) = -cos(2x)$. Koniec.